Présentation de le spécialité maths et de l'ISN

O. Lader

2014/2015

Les spécialités en terminale

- Les coefficients :

	Mathématiques	Physique Chimie	SVT	ISN
	7	6	6	
spécialité	+2	+2	+2	2

- 2 heures par semaine de cours de spécialité.

Informatique et Science du Numérique :

- Introduction à la science de l'Informatique :
  - représentation de l'information (codage en binaire, code correcteur,...)
  - architecture d'un ordinateur
  - algorithmique
  - langage de programmation (python, C, java, ...)
  - internet et réseaux (html, ...)
  - robotique
- Il n'y a pas d'épreuve écrite en fin d'année.
- L'évaluation : un projet sur l'année (dossier de 5 à 10 pages) et un oral de présentation (20 minutes).
- http://fsincere.free.fr/isn/projets/isn_projets.php
- http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=57572

Spécialité maths

- Spécialité maths : 2 heures de cours
- Épreuve écrite en juin : parmi les exercices du sujet commun, **un exercice sur 5 points est remplacé** par un exercice de spécialité.
- Le programme comporte 2 parties :
  - L'arithmétique : étude des nombres relatifs : décomposition en produit de facteurs premiers, congruences, ...
  - Les matrices : de la résolution des systèmes linéaires vers l'étude d'évolution de populations, de marches aléatoires, ...
- Bien que les deux thèmes soient théoriques, le but principal de cet enseignement est de résoudre des **problèmes concrets** :
  - Détection d'erreur : code correcteur ;
  - Système binaire
  - Cryptographie : codage, décodage,
  - chiffrement affine (voir MPS seconde)
  - cryptage RSA
  - Économie : parts de marché, matrice de Léontief (échanges entre trois unités de production)
  - Modèle de diffusion d'Ehrenfest (transfert de particules aléatoirement entre deux récipients).
  - Modèle proie prédateur discrétisé.

De l'utilité des maths

Pourquoi choisir l'option **maths** en terminale S ?

- Pour le plaisir intellectuel :
  - les deux thèmes abordés ne dépendent pas du cours spécifique des années précédentes. A priori, on peut suivre et comprendre si on aime raisonner en maths.
  - l'aboutissement de l'arithmétique avec le théorème de décomposition et la résolution des équations diophantiennes (application du lemme de Gauss) est d'une grande finesse : un premier contact avec une **étude approfondie d'une théorie**.
  - la notion de matrice est d'une utilité incontestable en informatique, en physique, en géométrie, ...
- Par passion pour les mathématiques.
- Continuer des études en informatique (programmation) :
  - Les ordinateurs ne travaillent pas comme nous avec une écriture des nombres en base 10 mais en base 2 (La compréhension des mécanismes relève de l'arithmétique) ;
  - Indexation (utile parfois) des éléments d'un tableau à l'aide des congruences ;
  - La cryptographie utilise essentiellement des théorèmes de l'arithmétique.
  - Les matrices peuvent être utiles (effets spéciaux, jeu vidéo, ...)
- Pour continuer après le bac en classe préparatoire scientifique.

Mon parcours : 9 ans d'étude des maths

2010/2013 : *Thèse* en topologie algébrique : "Une résolution projective pour le second groupe de Morava pour $p \geq 5$ et applications.", sous la direction de Pr. Hans-Werner Henn.

2009/2010 :

- *Master* de Mathématique en topologie algébrique, mention *Bien*.
Mémoire : Déformations d'une loi de groupe formel (directeur : Hans-Werner Henn).

2008/2009 :

- *Agrégation* de Mathématiques option probabilités et statistique (60^e).

2007/2008 :

- Master 1 de Mathématique spécialité recherche, mention *Très Bien* à l'ULP
- *CAPES* de Mathématiques (288^e)

2004-2007 :

- *Licence* de Mathématiques, mention *Très Bien* à l'Université Louis Paster de Strasbourg.

2004 :

- *Bac S*, option : Science de la Vie et de la Terre spécialité Mathématiques. (Lycée Georges Imbert, Sarre-Union, 67)

Un parcours,
→ un emploi…
dans une entreprise

économie et finance

Licence de mathématiques
+ Master actuariat et gestion du risque

➨ Chargée d'études actuarielles

- calcul et contrôle des prévisions mathématiques, réalisation et contrôle des états d'inventaire,
- réalisations d'études actuarielles
- création de nouveaux produits

dans une compagnie d'assurance

secteurs industriels

Licence de mathématiques
+ Master de mathématiques : calcul scientifique

➨ Responsable calcul

- Calcul de structures sur pièces de châssis automobile : conception des pièces, calcul de la tenue aux chocs et endurance, vérification du process de fabrication, réduction des coûts et amélioration des performances

dans une entreprise de construction automobile

santé

Licence de mathématiques
+ Master 1 : mathématiques appliquées aux sciences sociales
+ Master 2 : santé publique

➨ Chargé d'étude

- réalisation des études épidémiologiques
- traitement des enquêtes statistiques
- restitution de l'information

dans un observatoire de santé

statistiques

Licence de mathématiques
+ Master d'économie appliquée

➨ Statisticien

- réalisation d'études socio-économiques
- conception d'enquêtes
- suivi technique
- analyses statistiques

à l'INSEE

informatique

Licence de mathématiques
+ Master de mathématiques discrètes

➨ chef de projet informatique

- Direction de l'équipe projet, gestion et suivi du projet : définition et répartition du travail
- élaboration du cahier des charges
- alimentation de bases de données
- dialogue avec les clients
- conception de logiciels

dans une SSII pour une entreprise de fabrication d'équipements et de systèmes de défense nationale

administration

Licence de mathématiques
+ Ecole Nationale des Impôts

➨ Inspectrice des impôts

- Vérifier les écritures comptables et leur traitement fiscal
- Analyse et décomposition des opérations de fusion au regard de la fiscalité

à la Direction des Vérifications Nationales et Internationales

Contact

ESPACE AVENIR
orientation – stage - emploi
Nouveau Patio
20a rue René Descartes
F-67000 Strasbourg
✆03 68 85 63 00
espace-avenir@unistra.fr
http://espace-avenir.unistra.fr

conception - réalisation : **Université de Strasbourg** – Mise à jour : janvier 2011

les orientations professionnelles
après des études de …

mathématiques

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

les maths : une ouverture … sur tous les secteurs de l'économie !

L'enseignement a cessé d'être le débouché principal des études de mathématiques. Depuis quelque temps on assiste à une mutation de cette discipline, au départ académique : elle trouve actuellement de multiples applications dans l'industrie et les services, surtout dans les technologies de pointe.

Les études de mathématiques conduisent à de vraies formations professionnalisantes avec de réelles perspectives à la sortie. Les entreprises n'hésitent pas à embaucher de jeunes diplômés de mathématiques, qu'elles estiment bien formés et vite opérationnels. Les mathématiciens élaborent en effet des langages communs à quantité de domaines : en physique, mécanique , biologie, économie et finance …

un rôle important … dans le quotidien des entreprises

Puisant dans les modèles de la recherche fondamentale et appliquée, les matheux fabriquent des instruments et des outils qui servent à résoudre toutes sortes de problèmes. L'étude de la modélisation et de la simulation, la pratique des probabilités et des processus aléatoires, le traitement du signal et le codage trouvent des applications très concrètes dans toutes les technologies contemporaines.

Les industries chimiques, les biotechnologies, la santé ont besoin de statisticiens, l'aéronautique et l'automobile de spécialistes de la modélisation pour concevoir et tester des prototypes numériques, les banques de professionnels de la sécurisation des réseaux, les assurances de professionnels de la prévision… autant de débouchés nouveaux pour les diplômés de maths !

Avec le soutien de la Région Alsace

ESPACE AVENIR
orientation - stage - emploi

poursuivre ses études en mathématiques …et après ?

UFR de mathématique et d'informatique
7, rue Descartes – Strasbourg
✆ 03 68 85 01 23

http://mathinfo.unistra.fr

économie et finance

- secteur bancaire
- assurances
- sociétés financières
- organismes de retraites, mutuelles..

- calcul actuarial
- économétrie
- prévisions
- gestion de portefeuilles
- évaluation d'actifs financiers

secteurs industriels

- télécommunications
- aéronautique
- automobile
- production industrielle

- modélisation
- simulation numérique
- prototypage numérique
- optimisation
- contrôle qualité

statistiques

- recherche et développement
- bureaux d'études
- instituts de sondage et d'enquêtes
- sociétés de service

- probabilités
- contrôle statistique
- analyse de l'information
- typologie, analyse des données
- planification

informatique

- sociétés de service
- service informatique des entreprises
- secteur multimédia
- secteur bancaire

- développement logiciel
- cryptographie
- bases de données
- sécurité des réseaux

santé

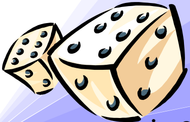
- industrie pharmaceutique
- recherche médicale
- génomique
- épidémiologie

- imagerie médicale
- bio-statistiques
- modélisation bio-mathématique
- simulation stochastique
- pharmacocinétique

administration

- INSEE, INED
- douanes
- impôts
- équipement

- aide à la décision
- techniques comptables et financières
- prévisions
- gestion



enseignement - recherche

<u>Enseignement</u>
- école
- collège
- lycée
- supérieur

<u>Recherche fondamentale et appliquée</u>
- universités
- organismes de recherche publique
- entreprises et organismes privés

Brochure Onisep : Zoom sur les métiers, les métiers des mathématiques, 2006.

- Technicienne supérieure en statistiques dans un établissement de santé en Bretagne. Bac+3, licence professionnelle économie et gestion ou sciences et technologies ou statistique décisionnelle en marketing.
- Chargé de recherche en météorologie au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), service d'aéronomie. Bac+8, doctorat à la suite d'un master recherche orienté modélisation mathématique et calcul scientifique ou océanographie et météorologie.
- Analyste clientèle, Groupe Renault, Direction du produit, Direction des études et recherche clientèle. Bac+5, master de mathématiques avec une spécialisation en statistiques, diplôme de l'ENSAI ou de l'ISUP.
- Ingénieure statisticienne, Union technique de l'automobile, du motocycle et du cycle (UTAC). Bac+5, master de mathématiques avec une spécialisation en statistiques.
- Consultante en imagerie médicale, Groupe ALTEN, Grenoble. Bac+5 avec une spécialisation en imagerie médicale dans le cadre d'un master de mathématiques appliquées, de biologie ou de physique.
- Charger de recherche en acoustique musicale, CNRS et IRCAM Bac+8, doctorat à la suite d'un master recherche en mathématiques appliquées.

Définition

Soit n et d deux entiers relatifs. On dit que d **divise** (ou est un diviseur de) n lorsqu'il existe un entier relatif q tel que $d \times q = n$.

Définition

Soit n et d deux entiers relatifs. On dit que d **divise** (ou est un diviseur de) n lorsqu'il existe un entier relatif q tel que $d \times q = n$.

Exemple

- 3 divise 12, par contre 5 ne divise pas 12.
- Les diviseurs (positifs) de 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Définition

Soit n et d deux entiers relatifs. On dit que d **divise** (ou est un diviseur de) n lorsqu'il existe un entier relatif q tel que $d \times q = n$.

Exemple

- 3 divise 12, par contre 5 ne divise pas 12.
- Les diviseurs (positifs) de 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Définition

On dit qu'un entier naturel $n > 1$ est **premier** s'il est uniquement divisible par 1 et lui-même.

Exemple

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

Théorème (Décomposition en produit de facteurs premiers)

Tout entier naturel s'écrit de manière unique sous la forme $p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \times p_n^{\alpha_n}$ *où* p_1, p_2, ..., p_n *sont des nombres* **premiers** *et* α_1, α_2, ..., α_n *sont des entiers naturels.*

Exemple

- $12 = 2^2 \times 3$;
- $143 = 11 \times 13$.

Exercice (Kangourou 2015)

Le produit de l'âge d'un père et de celui de son fils est 2015. Quelle est la différence entre l'âge du père et l'âge du fils ?

A) 26 B) 29 C) 31 D) 34 E) 36

Exercice (Kangourou 2015)

Le produit de l'âge d'un père et de celui de son fils est 2015. Quelle est la différence entre l'âge du père et l'âge du fils ?

A) 26 B) 29 C) 31 D) 34 E) 36

$2015 = 5 \times 13 \times 31$

Exercice (Kangourou 2015)

Le produit de l'âge d'un père et de celui de son fils est 2015. Quelle est la différence entre l'âge du père et l'âge du fils ?

A) 26 B) 29 C) 31 D) 34 E) 36

$2015 = 5 \times 13 \times 31$

Les diviseurs de 2015 sont : 1, 5, 13, 31, 65, 155, 403, 2015.

Exercice (Kangourou 2015)

Le produit de l'âge d'un père et de celui de son fils est 2015. Quelle est la différence entre l'âge du père et l'âge du fils ?

A) 26 B) 29 C) 31 D) 34 E) 36

$2015 = 5 \times 13 \times 31$

Les diviseurs de 2015 sont : 1, 5, 13, 31, 65, 155, 403, 2015.

Le père a $5 \times 13 = 65$ ans et le fils a 31 ans, la différence entre leurs âges : $65 - 31 = 34$. Réponse D).

Exemple

Rappelons que tout nombre rationnel s'écrit de manière unique sous la forme $\frac{a}{b}$ où a, b sont deux nombres premiers entre eux et $b > 0$.

Exemple

Rappelons que tout nombre rationnel s'écrit de manière unique sous la forme $\frac{a}{b}$ où a, b sont deux nombres premiers entre eux et $b > 0$.

On définit l'application $\phi : \mathbb{Q} \to \mathbb{N}$ par

$$\phi\left(\frac{a}{b}\right) = \begin{cases} 3^a \times 5^b & \text{si } a > 0; \\ 2 \times 3^a \times 5^b & \text{sinon.} \end{cases}$$

Exemple

Rappelons que tout nombre rationnel s'écrit de manière unique sous la forme $\frac{a}{b}$ où a, b sont deux nombres premiers entre eux et $b > 0$.

On définit l'application $\phi : \mathbb{Q} \to \mathbb{N}$ par

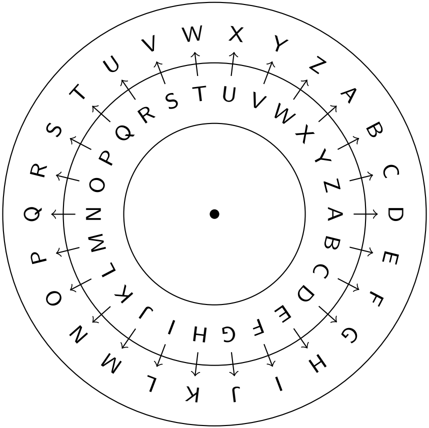
$$\phi\left(\frac{a}{b}\right) = \begin{cases} 3^a \times 5^b & \text{si } a > 0; \\ 2 \times 3^a \times 5^b & \text{sinon.} \end{cases}$$

D'après le théorème de décomposition des entiers, l'application ϕ induit une "injection" des nombres rationnels dans l'ensemble des entiers naturels.

(principe de l'hôtel de Hilbert)

Le cryptage

Le code de César :



Par exemple le cryptogramme du mot `CRYPTOGRAPHIE` à l'aide du précédent disque de codage : FUBSWRJUDSKLH

Cryptage RSA

- L'objectif est de pouvoir recevoir un message crypté avec une clé publique que nous seul pouvons décrypter (en temps très court).
- On se donne p et q deux nombres premiers et on pose $n = p \times q$.
- La caractéristique d'Euler : $\varphi(n) = (p-1) \times (q-1)$ et d'après le théorème d'Euler : $m^{\varphi(n)} \equiv 1$ modulo (n).
- Soit e premier avec $\varphi(n)$, alors il existe d tel que $d \times e \equiv 1$ modulo $(\varphi(n))$.
- Ainsi, on rend publique (n, e)
- On crypte un message de la manière suivante : $c = m^e$ modulo (n).
- Pour le décrypter, on calcul $c^d \equiv m^{e\,d} \equiv m$ modulo (n).

Matrice

L'étude des systèmes linéaires, par exemple :

$$\begin{cases} 2x + 3y & = 8 \\ 4x + 7y & = 18 \end{cases}$$

a motivé la définition des matrices.

Matrice

L'étude des systèmes linéaires, par exemple :

$$\begin{cases} 2x + 3y &= 8 \\ 4x + 7y &= 18 \end{cases}$$

a motivé la définition des matrices.

Définition

Une **matrice** de dimension $n \times p$ est un tableau de nombres réels à n lignes et p colonnes :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & & \dots & a_{2p} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & & \dots & a_{3p} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ a_{i1} & & & & a_{ij} & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & & \dots & a_{np} \end{pmatrix}$$

On notera que le coefficient a_{ij} se trouve sur la i-ème ligne et la j-ème colonne.

Relation avec les systèmes linéaires

Revenons au système linéaire précédent :

$$\begin{cases} 2x + 3y & = 8 \\ 4x + 7y & = 18 \end{cases}$$

Relation avec les systèmes linéaires

Revenons au système linéaire précédent :

$$\begin{cases} 2x + 3y & = 8 \\ 4x + 7y & = 18 \end{cases}$$

Considérons la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 8 \\ 18 \end{pmatrix}$. Par définition du produit de matrices, on a

$$A \times X = \begin{pmatrix} 2x + 3y \\ 4x + 7y \end{pmatrix} = B = \begin{pmatrix} 8 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Ainsi, l'**égalité matricielle** $A \times X = B$ équivaut au précédent **système linéaire**.

Revenons au système linéaire précédent :

$$\begin{cases} 2x + 3y & = 8 \\ 4x + 7y & = 18 \end{cases}$$

Considérons la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 8 \\ 18 \end{pmatrix}$. Par définition du produit de matrices, on a

$$A \times X = \begin{pmatrix} 2x + 3y \\ 4x + 7y \end{pmatrix} = B = \begin{pmatrix} 8 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Ainsi, l'**égalité matricielle** $A \times X = B$ équivaut au précédent **système linéaire**.
De l'étude de la structure multiplicative et additive de l'ensemble des matrices, on verra que pour résoudre le système, il suffit de calculer un produit de matrices :

$$X = A^{-1} \times B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Propriété

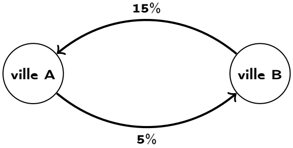
Soit A une matrice carrée qui admet une matrice inverse A^{-1}. Le système d'équations linéaires correspondant à $A \times X = B$ admet pour unique solution $X = A^{-1} \times B$.

Évolution d'un système

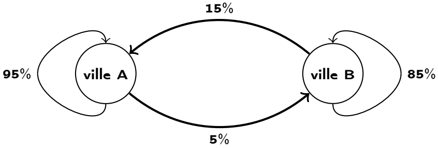
- On considère deux villes A et B avec en tout 10 millions d'habitants. On suppose que :
  - tous les ans, 5% des habitants de la ville A la quitte pour emménager dans la ville B ;
  - inversement, tous les ans, 15% des habitants de la ville B la quitte pour emménager dans la ville A.

Évolution d'un système

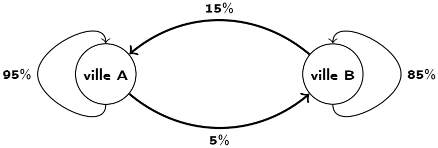
- On considère deux villes A et B avec en tout 10 millions d'habitants. On suppose que :
  - tous les ans, 5% des habitants de la ville A la quitte pour emménager dans la ville B ;
  - inversement, tous les ans, 15% des habitants de la ville B la quitte pour emménager dans la ville A.
- On peut modéliser la situation ainsi :



- On considère deux villes A et B avec en tout 10 millions d'habitants. On suppose que :
  - tous les ans, 5% des habitants de la ville A la quitte pour emménager dans la ville B ;
  - inversement, tous les ans, 15% des habitants de la ville B la quitte pour emménager dans la ville A.
- On peut modéliser la situation ainsi :



- On considère deux villes A et B avec en tout 10 millions d'habitants. On suppose que :
  - tous les ans, 5% des habitants de la ville A la quitte pour emménager dans la ville B ;
  - inversement, tous les ans, 15% des habitants de la ville B la quitte pour emménager dans la ville A.
- On peut modéliser la situation ainsi :



- Au bout d'un certain nombre n d'années (lorsque n tend vers l'infini) :
  - La ville A contient 75% de la population totale ;
  - La ville B contient 25% de la population totale ;

  et ceci quels que soit le répartition de la population au départ entre les deux villes.